Математика в музыке

МБОУ «СОШ № 19»,Левыкин Сергей, ученик 9 «Б» класса

Услышав знаменитое определение музыки, которое дает Лейбниц: « Музыка есть арифметическое упражнение души, которая исчисляет себя, не зная об этом», я решил проверить справедливость этих слов. Какие же математические понятия используются при создании музыкальных произведений?

Пифагору приписывают установление двух основных законов гармонии в музыке: если отношение частот колебаний двух звуков описывается малыми числами, то они дают гармоническое звучание; чтобы получить гармоническое трезвучие, нужно к аккорду из двух консонансных звуков добавить третий звук, частота колебаний которого находится в гармонической пропорциональной связи с двумя первыми. Значение работ Пифагора по научному объяснению основ музыкальной гармонии трудно переоценить. Это была первая научно обоснованная теория музыкальной гармонии.

Возьмем для примера так называемую «гармоническую пропорцию». Говорят, что три числа образуют гармоническую пропорцию, если обратные им числа удовлетворяют непрерывной арифметической пропорции. Оказывается, длины трех струн, дающих ноты до, ми, соль, которые составляют один из наиболее благозвучных аккордов — мажорный, удовлетворяют гармонической пропорции, а числа колебаний этих струн

образуют непрерывную арифметическую пропорцию. Пифагор видел в музыке могучее средство нравственного воспитания, однако только позже, в трудах величайшего греческого музыкального теоретика Аристоксена Тарентского (ок. 350 г. до н. э.), музыка переносится из области математики и физики в область эстетики. Это перенесение, впрочем, не означало отрыв музыки от математики.

Лейбниц в своих многочисленных заметках о музыке утверждает, что природа музыкальных созвучий строится на основе числовых - пропорций. Так значит, в музыке используется пропорция? Каким же образом? Начнем с понятия золотой пропорции.

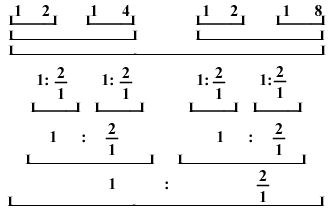
Кеплер называл золотую пропорцию продолжающей саму себя «Устроена она так, – писал он, – что два младших члена этой нескончаемой пропорции в сумме дают третий член, а любые два последних члена, если их сложить, дают следующий член, причем та же пропорция сохраняется до бесконечности». Построение ряда отрезков золотой пропорции можно производить как в сторону увеличения (возрастающий ряд), так и в сторону уменьшения (нисходящий ряд). Если на прямой произвольной длины, отложить отрезок m, рядом откладываем отрезок M. На основании этих двух отрезков выстраиваем шкалу отрезков золотой пропорции восходящего и нисходящего рядов



Построение шкалы отрезков золотой пропорции

Золотое деление устанавливает в музыкальном произведении изящное, соразмерное отношение между целым и его частями, является специальным местом с кульминационными пунктами (силы, массы, движения звуков) и с разного рода выдающимися, с точки зрения автора, эффектами. Пропорции между элементами музыки разнообразны:

* периодическая прогрессия (типа: 111111..., например, в пульсации счетных долей времени);
* арифметическая прогрессия (типа 1234567..., например 4:5:6 — мажорное трезвучие);
* геометрическая прогрессия (например, в соотношении фундаментов трех основных тональных функций типа — 2/3 : 1 : 3/2 или в распределении метрической тяжести в правильном квадратном восьмитакте:



* деление в крайнем и среднем отношении (золотое деление);
* пропорционирование кульминаций ( теорию Э. Лендваи);
* гармоническая пропорция (типа 3:4:6; например, 10:12:15 — минорное трезвучие).

Любое музыкальное произведение имеет временное протяжение и делится некоторыми «эстетическими вехами» на отдельные части, которые обращают на себя внимание и облегчают восприятие в целом. Этими вехами могут быть динамические и интонационные кульминационные пункты музыкального произведения. Причем такое построение характерно не только для произведения в целом, но и для его отдельных частей. Такая высшая точка крайне редко расположена в центре произведения или его композиционной части, обычно она смещена, асимметрична. Отдельные временные интервалы музыкального произведения, соединяемые «кульминационным события», как правило, находятся в соотношении Золотого сечения.

Еще в 1925 году искусствовед Л.Л.Сабанеев, проанализировав 1770 музыкальных произведений 42 авторов, показал, что подавляющее большинство выдающихся сочинений можно легко разделить на части или по теме, или по интонационному строю, или по ладовому строю, которые находятся между собой в отношении золотого сечения.

Наиболее детально были изучены все 27 этюдов Шопена. В них обнаружено 154 золотых сечения. В некоторых случаях строение музыкального произведения сочетало в себе симметричность и золотое сечение одновременно; в этих случаях оно делилось на несколько симметричных частей, в каждой из которых проявляется золотое сечение. По мнению Л.Мазеля, советского искусствоведа, число подобных восьмитактов, где подъем мелодии занимает пять тактов, а последующий спуск – три, необычайно велико. Их можно без труда найти почти у каждого автора, сочинявшего музыку в гармоническом стиле.

Я с самого детства и вплоть до сегодняшнего дня с замиранием сердца люблю слушать классическую музыку, особенно этюды Фредерика Шопена. Изучая, восьмитактные мелодии Шопена я увилел, что во многих из них вершина, или высшая точка, приходится на сильную долю шестого такта или на последнюю мелкую долю пятого такта, т.е. находится в точке золотого сечения.

Прослушав «Революционный этюд» № 12, до минор, Opus 10, № 12. Фредерика Шопена, я выполнил некоторые расчеты. Время прослушивания: 2 мин 30 сек. Итог развития придётся на 94 сек.: 150 сек : 94 сек= 1,6. Посчитав такты, получаю следующий результат: общее количество - 82 такта. Первая часть 51 такт. Кульминация. Вторая часть 31 такт. 82:51=1,6; 51:31 = 1,6 получил число «фи» (если какой-либо член последовательности Фибоначчи pазделить на пpедшествующий ему, pезультатом будет величина, колеблющаяся около иppационального значения 1.61803398875...).

Определяем, что пропорции золотого сечения выдержаны композитором. Конечно, это происходит интуитивно. В силу таланта композитора. Но золотая пропорция создаёт совершенные формы и мы, сами того не подозревая, оказываемся под влиянием этих «волшебных» чисел.

Характерно, что наиболее часто золотое сечение обнаруживается в произведениях высокохудожественных, принадлежащих гениальным авторам. Может быть, частота проявлений золотой пропорции является одним из объективных критериев оценки гениальности музыкальных произведений и их авторов?

Итак, можно признать, что золотая пропорция является критерием гармонии композиции музыкального произведения. Так зачем же нужна математика музыке?

Так зачем же нужна математика музыке? Я думаю для того, чтобы:

* создавать красивую лечебную музыку;
* музыка звучала приятно;
* создать гармонию в музыке;
* привести музыку в порядок, сделать ее приятной для слуха;
* стать ключом к тайнам мировоззрения.

Использование математической теории музыки позволило создавать особую музыку, которая сдерживала и исцеляла болезни, обращала и приводила душевные страсти в спокойное состояние.

**Используемая литература**

1. Гильберт, Л., Кон-Фоссен С. Наглядная геометрия. 3-е изд. М., 1981, 344 с.
2. Глейзер, Г.Д. Геометрия.-12-ое изд.- «Просвещение»,1992.
3. Костер, Г.С. Введение в геометрию. М.,1966,648 с.
4. Сабанеев, З.А.Этюды Шопена в освещении закона золотого сечения: Опыт позитивного обоснования законов формы// Искусство.-1925.-№2.-С.132-145.
5. Скопец, З.А. Геометричекие миниатюры.-М., «Просвещение»,1990.